

Χρήστος Τατάκης

ΤΟΡΙΚΑ ΙΔΕΩΔΗ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

(συν. με Α.Θωμά)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: Σταθεροποιούμε σύνολο διανυσμάτων $A = \{a_1, \dots, a_m\} \subseteq \mathbb{N}^n$ και έστω $I_A \subseteq \mathbb{K}[x_1, \dots, x_m]$ το αντίστοιχο τορικό ιδεώδες. Ένα ιδεώδες καλείται πλήρους διατομής αν αυτό παράγεται από h γεννήτορες, όπου h το ύψος του ιδεώδους.

Μελετούμε μια ειδική κατηγορία τορικών ιδεωδών, τα τορικά ιδεώδη γραφημάτων. Σε κάθε γράφημα G αντιστοιχίζουμε ένα τορικό ιδεώδες I_G στον πολυωνυμικό δακτύλιο με μεταβλητές τις ακμές του γραφήματος. Το ύψος ενός ιδεώδους I_G ορίζεται ως $h = m - n + 1$ αν το γράφημα G είναι διμερές, ενώ $h = m - n$ στην περίπτωση των μη διμερών γραφημάτων, όπου m το πλήθος των ακμών του γραφήματος G και n το πλήθος των κορυφών αυτού. Η απάντηση στο πρόβλημα της πλήρους διατομής στα τορικά ιδεώδη γραφημάτων, είναι γνωστή μόνο στη περίπτωση των διμερών γραφημάτων. Τα τελευταία χρόνια, πολλά αποτελέσματα έχουν αποδειχθεί και στη γενική περίπτωση, παρουσιάζοντας χρήσιμες ιδιότητες τορικών ιδεωδών γραφημάτων πλήρους διατομής για τυχαίο γράφημα G .

Μελετώντας τη γενική περίπτωση, θα απαντήσουμε στο πρόβλημα αυτό, παρουσιάζοντας ένα θεώρημα το οποίο μας δίνει ικανές και αναγκαίες συνθήκες μέσω των οποίων το ιδεώδες I_G είναι πλήρους διατομής. Επιπλέον, θα κάνουμε πλήρη ταξινόμηση των τορικών ιδεωδών γραφημάτων πλήρους διατομής, των οποίων τα αντίστοιχα γραφήματα είναι επίπεδα.